

Reg. No. :

D 93

Q.P. Code : [07 DMA 01]

(For the candidates admitted from 2007 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER 2010.

First Year

Part III — Mathematics

CLASSICAL ALGEBRA AND CALCULUS

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

Answer any FIVE questions.

(5 × 20 = 100)

1. (a) Test the convergence of $\sum \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}$.

(b) Find the sum to infinity of the series

$$\frac{15}{16} + \frac{15.21}{16.24} + \frac{15.21.27}{16.24.32} + \dots$$

(c) Sum the series

$$1 + \frac{1+3}{|2} + \frac{1+3+3^2}{|3} + \frac{1+3+3^2+3^3}{|4} + \dots$$

(அ) $\sum \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$ என்ற தொடரின் ஒருங்குதலை
சோதிக்கவும்.

(ஆ) $\frac{15}{16} + \frac{15.21}{16.24} + \frac{15.21.27}{16.24.32} + \dots$ என்ற கந்தவறுதி
தொடரின் கூடுதல் காண்க.

(இ) கூட்டுக :

$$1 + \frac{1+3}{2} + \frac{1+3+3^2}{3} + \frac{1+3+3^2+3^3}{4} + \dots$$

2. (a) Test the convergence of the series .

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots$$

(b) State and prove Raabe's test.

(c) Discuss the convergence of the series

$$\frac{1}{1^k} + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \dots$$

(அ) $\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots$ என்ற தொடரின்
ஒருங்குதலை சோதிக்கவும்.

(ஆ) ராபின் சோதனையை கூறி நிரூபிக்கவும்.

(இ) $\frac{1}{1^k} + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \dots$ என்ற தொடரின் ஒருங்குதலை
ஆராங்க.

3. (a) Find the evolutes of the ellipse
 $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.

(b) Find the radius of curvature for the curve
 $y^2 = x^3 + 8$ at $(-2,0)$.

(c) Find the positive real root of the equation
 $x^3 - 3x + 1 = 0$ by Horner's method.

(அ) $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கு
செங்கோட்டு தழுவிடையக் காண்க.

(ஆ) $y^2 = x^3 + 8$ என்ற வளைவிற்கு $(-2,0)$ என்ற
புள்ளியில் வளைவு ஆரம் காண்க.

(இ) $x^3 - 3x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மிகை மெய்
மூலத்தை ஹார்னர் முறை மூலம் காண்க.

4. (a) Evaluate $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (xy + yz + zx) dx dy dz$.

(b) By change the order of integration
 $\int_0^a \int_0^a \int_0^a xy dx dy$ and hence solve it.

(c) Find the reduction formulae for $\int \sin^n x dx$.

(அ) மதிப்பு காண்க $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (xy + yz + zx) dx dy dz$.

(ஆ) தொகையில் வரிசையை மாற்றி $\int_0^a \int_y^a \int_y^x xy dx dy$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

(இ) $\int \sin^r x dx$ -ன் குறைப்பு சூத்திரம் காண்க.

5. (a) Evaluate $\int_0^r \sin x dx dy$

(i) Trapezoidal rule

(ii) Simpson's one-third rule with $h = 10$ equal intervals.

(b) If $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ find the Jacobian.

(c) Prove that $\Gamma(n+1) = n\Gamma n$.

(அ) டிராபிடோயிடல் மற்றும் சிம்சன் விதியைப் பயன்படுத்தி $\int_0^r \sin x dx dy$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

(ஆ) $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ எனில் ஜெகோபியின் மதிப்பு காண்க.

(இ) $\Gamma(n+1) = n\Gamma n$ என நிறுவுக.

6. (a) Find the relation between Beta and Gamma integrals.

(b) Prove that $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$.

(c) Find a real root of the equation $2x^3 - 3x - 6 = 0$ by Newton Raphson method.

(அ) பீட்டா மற்றும் காமா தொகைகளுக்கிடையே உள்ள உறவை கண்டுபிடி.

(ஆ) $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ என நிறுவுக.

(இ) $2x^3 - 3x - 6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மெய்யெண் மூலத்தை நியூட்டன் ராப்சன் குறைவில் காண்க.

7. (a) Find the area included between the curves $y^2 = 4x$ and $x^2 = 4y$.

(b) Evaluate $\int \frac{3x+3}{(x-1)(2x+3)} dx$.

(c) Evaluate $\iiint_V \sqrt{1-x^2-y^2-z^2} dx dy dz$ where

V is the volume of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ by transforming to spherical polar co-ordinates.

(அ) $y^2 = 4x$ மற்றும் $x^2 = 4y$ என்ற

வளைவரைகளுக்குட்பட்ட பரப்பளவைக் காண்க.

(ஆ) மதிப்பு காண்க: $\int \frac{3x+3}{(x-1)(2x+3)} dx$.

(இ) $\iiint_V \sqrt{1-x^2-y^2-z^2} dx dy dz$ -ல் V என்பது

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$ -ன் களஆளவு எனில் போலார் ஆயத்தொலைவு முறையைப் பயன்படுத்தி மதிப்பு காண்க.

8. (a) Find the envelope of the family of straight line $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ where a and b are connected by the relation

(i) $a + b = c$

(ii) $ab = c^2$ where c is a constant.

- (b) Verify Euler's theorem from the function

$$u = \cos^{-1} \left[\frac{x+y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right].$$

(அ) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ என்ற குடும்ப நேர்க்கோட்டிற்கு a மற்றும் b தொடர்புள்ளது எனில் வளைவரையை காண்க:

(i) $a + b = c$

(ii) $ab = c^2$, இங்கு c என்பது மாறிலி.

(ஆ) $u = \cos^{-1} \left[\frac{x+y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right]$ என்ற சார்புக்கு ஆய்லர் தேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்.

Reg. No. :

D 94

Q.P. Code : [07 DMA 02]

(For the candidates admitted from 2007 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER 2010.

First Year

Part III — Mathematics

**TRIGONOMETRY, VECTOR CALCULUS AND
ANALYTICAL GEOMETRY**

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

Answer any FIVE questions.

(5 × 20 = 100)

1. (a) Prove that

$$\cos^5 \theta \sin^3 \theta = \frac{-1}{2^7} [\sin 8\theta + 2 \sin 6\theta -$$

$$2 \sin 4\theta - 6 \sin 2\theta]$$

- (b) Prove that $\tan \left(i \log \frac{a-ib}{a+ib} \right) = \frac{2ab}{a^2 - b^2}$.

(அ) $\cos^5 \theta \sin^3 \theta = \frac{-1}{2^7} |\sin 8\theta + 2 \sin 6\theta -$

$2 \sin 4\theta - 6 \sin 2\theta]$

என நிரூபி.

(ஆ) $\tan \left(i \log \frac{a-ib}{a+ib} \right) = \frac{2ab}{a^2-b^2}$ என நிரூபி.

2. (அ) If $x+iy = \cosh(u+iv)$ show that

(i) $\frac{x^2}{\cosh^2 u} + \frac{y^2}{\sinh^2 u} = 1$

(ii) $x^2 \sec^2 v - y^2 \operatorname{cosec}^2 v = 1.$

(b) Sum the series

$\sec \alpha \sec 2\alpha + \sec 2\alpha \sec 3\alpha +$

$\sec 3\alpha \sec 4\alpha + \dots + \text{to } n \text{ terms.}$

(அ) $x+iy = \cosh(u+iv)$ எனில்

(i) $\frac{x^2}{\cosh^2 u} + \frac{y^2}{\sinh^2 u} = 1$

(ii) $x^2 \sec^2 v - y^2 \operatorname{cosec}^2 v = 1$

எனக் காட்டுக.

(ஆ) $\sec \alpha \sec 2\alpha + \sec 2\alpha \sec 3\alpha +$

$\sec 3\alpha \sec 4\alpha + \dots + n$

உறுப்புகள் வரை உள்ள தொடரைக் காட்டுக.

3. (அ) Show that

$\vec{F} = (6xy + z^3)\vec{i} + (3x^2 - z)\vec{j} + (3xz^2 - y)\vec{k}$ is irrotational and find its scalar potential.

(b) Prove that :

(i) $\nabla \cdot (\phi \vec{A}) = \phi (\nabla \cdot \vec{A}) + (\nabla \phi) \cdot \vec{A}$

(ii) $\nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\nabla \times \vec{A}) - \vec{A} \cdot (\nabla \times \vec{B}).$

(ஆ) $\vec{F} = (6xy + z^3)\vec{i} + (3x^2 - z)\vec{j} + (3xz^2 - y)\vec{k}$ என்ற வெக்டர் சூழலற்றது என நிரூபித்து அதனுடைய ஸ்கேலர் பொட்டென்சியலைக் காட்டுக.

(ஆ) (i) $\nabla \cdot (\phi \vec{A}) = \phi (\nabla \cdot \vec{A}) + (\nabla \phi) \cdot \vec{A}$

(ii) $\nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\nabla \times \vec{A}) - \vec{A} \cdot (\nabla \times \vec{B})$ என நிரூபி.

4. (அ) Evaluate

$\iiint_S \vec{F} \cdot \vec{n} ds$

where

$\vec{F} = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$ and S is the part of the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ which lies in the first octant.

(b) Verify Green's theorem in the XY plane for

$\int_C (xy + y^2) dx + x^2 dy$ where C is the closed

curve of the region bounded by $y = x$ and

$y = x^2.$

(அ) $\vec{r} = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$ எனில் $\iiint_S \vec{r} \cdot \vec{n} ds$ என்பதை கணிக்க இதில் S என்பது முதல் கால்பகுதியில் உள்ள $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ என்ற கோளத்தின் பகுதி பரப்பாகும்.

(ஆ) $\int_0^1 \int_0^1 (xy + y^2) dx + x^2 dy$ என்பதற்கு XY தளத்தில் கீளின் தேற்றத்தை சரிபார்க்க. இங்கு C என்பது $y = x$ மற்றும் $y = x^2$ என்பனவற்றால் சூழப்பட்ட பகுதியாகும்.

5. (a) Express $f(x) = (\pi - x)^2$ as a Fourier series of periodicity 2π in $0 < x < 2\pi$ and hence deduce that $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

(b) Find Fourier series of periodicity 2 for $f(x) = \begin{cases} x & -1 \leq x \leq 0 \\ x+2 & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$ and hence deduce the sum of $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \infty$.

(ஆ) $0 < x < 2\pi$ என்ற இடைவெளியில் $f(x) = (\pi - x)^2$ என்பதற்கு பூரியர் தொடரை விவரி மற்றும் $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ எனக் காட்டுக.

(ஆ) $f(x) = \begin{cases} x & -1 \leq x \leq 0 \\ x+2 & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$ என்பதற்கு பூரியர் தொடரைக் காண் மற்றும் $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \infty$ என்ற தொடரின் கூடுதலைக் காண்.

6. (a) In any conic, prove that the sum of the reciprocals of two perpendicular focal chords is constant.

(b) Show that the equations $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$; $\frac{l}{r} = -1 + e \cos \theta$ represent the same conic.

(ஆ) கம்பு வெட்டியில் இரண்டு செங்குத்து குவி நாண்களின் தலைகீழிகளின் கூடுதல் மாறிலி என நிறுவுக.

(ஆ) $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$; $\frac{l}{r} = -1 + e \cos \theta$ என்ற இரு சமன்பாடுகளும் ஒரே கம்பு வெட்டியினை குறிக்கிறது என நிறுவுக.

7. (a) Show that the lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$ are coplanar and find the equation of the plane containing them.

(b) Find the equation of the sphere having circle

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 3y - z - 8 = 0;$$

$2x + 3y - z + 6 = 0$ as great circle. Find its centre and radius.

(அ) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$, $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$ என்ற

இரு கோடுகளும் ஒரே தளத்தில் அமைந்துள்ளன என நிரூபி, மேலும் அத்தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்.

(ஆ) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 3y - z - 8 = 0;$

$2x + 3y - z + 6 = 0$ என்ற வட்டத்தை மீப்பெரு வட்டமாகக் கொண்ட கோளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. மேலும் அதுனுடைய மையம் மற்றும் ஆரத்தைக் காண்க.

8. (a) Find the equation to the right circular cone whose vertex is at the origin, whose axis is the line $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ and which has a vertical angle of 60° .

(b) Find the locus of the point of intersection of three mutually perpendicular tangent planes to the central conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$.

(அ) மையத்தை முனையாகக் கொண்ட வட்ட செங்குத்து

கூம்பின் சமன்பாட்டைக் கண்டுபிடி. இதன் அச்சு

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$

என்ற கோட்டிலும் செங்குத்துக் கோணம் 60° ஆகவும் உள்ளது.

(ஆ) ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக உள்ள மூன்று தொடுதளங்களின் வெட்டு புள்ளியின் நியமப் பாதையை மைய கூம்பு வெட்டியான $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ க்கு காண்க.

Reg. No. :

D 95

Q.P. Code : [07 DMA 03]

(For the candidates admitted from 2007 onwards)

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER 2010.

First Year

Part III — Mathematics

Allied — STATISTICS FOR MATHEMATICS

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

Answer any FIVE questions.

(5 × 20 = 100)

1. (a) State and prove multiplication theorem on expectation.
- (b) A random variable X has the following probability density function
 $f(x) = Ax^2, 0 \leq x \leq 1$.
 - (i) Find A
 - (ii) Find $P(0.2 < x < 0.5)$
 - (iii) Find $P(X < 0.3)$
 - (iv) Find $P(\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2})$.

(அ) எதிர்பார்த்தலின் பெருக்கல் தேற்றத்தை கூறி விவரி.

(ஆ) X என்ற சமவாய்ப்பு மாறியின் அடர்த்தி சார்பு பின்வருமாறு $f(x) = Ax^2, 0 \leq x \leq 1$

(i) A ன் மதிப்பு

(ii) $P(0.2 < x < 0.5)$

(iii) $P(X < 0.3)$

(iv) $P\left(\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}\right)$ ஆகியவைகளை காண்க.

2. (a) A probability function $f(x) = e^{-x}$ has a range from 0 to ∞ . Find mean and variance.

(b) A random variable X has the following probability function.

$X:$ 0 1 2 3 4 5 6 7

$P(X):$ 0 K $2K$ $2K$ $3K$ K^2 $2K^2$ $7K^2 + K$

(i) Find K

(ii) Find $P(X < 6), P(X \geq 6)$ and

$P(0 < x < 5)$.

(iii) If $P(X \leq K) > \frac{1}{2}$, find the minimum value of K .

(அ) நிகழ்தகவு சார்பு $f(x) = e^{-x}, 0 \leq x \leq \infty$ எனில் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டளவை காண்க.

(ஆ) X என்ற சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு சார்பு பின்வருமாறு

$X:$ 0 1 2 3 4 5 6 7

$P(X):$ 0 K $2K$ $2K$ $3K$ K^2 $2K^2$ $7K^2 + K$

(i) K யின் மதிப்பு காண்க.

(ii) $P(X < 6), P(X \geq 6)$ மற்றும்

$P(0 < x < 5)$ ஐ காண்க

(iii) $P(X \leq K) > \frac{1}{2}$, எனில் K ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பை காண்க.

3. (a) State and prove Chebyshev's Inequality.

(b) State and prove addition theorem of MGF.

(அ) செபிசெவ் சமனியை எழுதி நிறுவுக.

(ஆ) MGF ன் கூட்டல் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

4. (a) Obtain the MGF of $f(x) = \frac{x+1}{2}, -1 \leq x \leq 1$.

(b) Obtain the recurrence relation for the moment of Binomial distribution.

(அ) $f(x) = \frac{x+1}{2}$, $-1 \leq x \leq 1$ ன் MGF ஐ பெறுக.

(ஆ) ஈருறுப்பு பரவலின் பெருக்குத் தொகையை கண்டுபிடிக்கும் தொடர்ச்சார்பை தருவிக்க.

5. (a) Find the first four moments of Poisson distribution.

(b) Obtain the MGF of Normal Distribution.

(அ) பாய்சான் பரவலின் முதல் நான்கு பெருக்குத் தொகையை காண்க.

(ஆ) இயல்நிலை பரவலின் MGF ஐ பெறுக.

6. (a) Obtain the relation between 'Y' and 'X'.

(b) A die is thrown 132 times with the following results

No. turned up: 1 2 3 4 5 6

Frequency: 16 20 25 14 29 28

Test the null hypothesis that the die is unbiased.

(அ) 'Y' மற்றும் 'X' க்கு இடைப்பட்ட தொடர்பைக் காண்க.

(ஆ) ஒரு பகடை 132 முறை உருட்டப்பட்டு பின்வரும் அட்டவணையில் முடிவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

பகடையின் எண்: 1 2 3 4 5 6

f: 16 20 25 14 29 28

பகடையானது சமச்சீரானது என்ற கருதுகோளை சோதனை செய்யவும்.

7. (a) Find the correlation coefficient

X: 78 89 96 69 59 79 68 61

Y: 125 137 156 112 107 136 123 108

(b) Fit a parabola of second degree to the following data.

X: 0 1 2 3 4

Y: 1 1.8 1.3 2.5 6.3

(அ) ஒட்டுறவு செழுவைக் காண்கிடுக.

X: 78 89 96 69 59 79 68 61

Y: 125 137 156 112 107 136 123 108

(ஆ) கீழ்கண்ட விவரங்களுக்கு இரண்டாம் படி வளைவரையைப் பொருத்துக.

X: 0 1 2 3 4

Y: 1 1.8 1.3 2.5 6.3

8. (a) Fit a straight line to the following data

X: 1 2 3 4 6 8

Y: 2.4 3 3.6 4 5 6

(b) Find the two lines of regression for the following data.

X : 65 66 67 68 69 70 72 67

Y : 67 68 68 65 72 72 69 71 68

(அ) பின்வரும் விவரங்களுக்கு நேர்கோட்டை பொருத்துக.

X : 1 2 3 4 6 8

Y : 2.4 3 3.6 4 5 6

(ஆ) கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு இரண்டு உடன் தொடர்புக் கோடுகளை காண்க.

X : 65 66 67 68 69 70 72 67

Y : 67 68 68 65 72 72 69 71 68
